Vom Sicherheitsfaktor zur Überlebenswahrscheinlichkeit

Dr.-Ing. Ulrich Kissling, KISSsoft AG
Dr.-Ing. Michael Stangl, KISSsoft AG

Einleitung

In verschiedenen Branchen der Antriebstechnik wird heute vermehrt der Nachweis der System-zuverlässigkeit von Anlagekomponenten wie Getrieben oder Komplett-Anlagen verlangt. An sich ist die Angabe der Zuverlässigkeit einer Komponente nicht etwas grundsätzlich anderes als die Angabe des Sicherheitsfaktors oder der rechnerischen Lebensdauer. Über die Zuverlässigkeit einzelner Bauteile lässt sich jedoch sehr einfach die Zuverlässigkeit des mechanischen Systems in seiner Gesamtheit bestimmen.

Die Angabe der Zuverlässigkeit ist klarer zu deuten für den ‚mechanischen' Laien als eine Liste von Sicherheitsfaktoren. Eine Aussage wie ‚Die Wahrscheinlichkeit, dass Getriebe X während der garantierten Lebensdauer von 50'000 h ausfällt, ist kleiner als 0.02%.' ist viel besser verständlich als ‚Die Sicherheitsfaktoren aller Zahnräder in Getriebe X, berechnet für eine Betriebsdauer von 50'000 h, sind alle > 1.6.', obwohl beide Aussagen dasselbe ausdrücken.
In diesem Bericht wird beschrieben, wie für die wesentlichen Getriebekomponenten (Wellen, Lager, Zahnräder) aus der rechnerischen Lebensdauer nach Norm die Ausfallwahrscheinlichkeitskurven nach dem Weibull-Kriterium ermittelt werden. Die Methode kann auf alle Normberechnungen nach ISO, DIN oder AGMA angewendet werden, welche mit Woehlerlinien arbeiten. Berechnungen können mit Nennbelastung oder mit Lastkollektiven durchgeführt werden.

Zur Ermittlung der Systemzuverlässigkeit werden die Getriebeelemente nach Lebenswichtigkeit klassiert: Bewirkt das Versagen eines Elementes direkt den Getriebeausfall? Gibt es Redundanzen? Damit kann dann durch mathematische Kombination der Komponenten-Zuverlässigkeit die System-zuverlässigkeit bestimmt werden.

1 Die Festigkeitsberechnung von mechanischen Komponenten

Seit sehr langem – und vermehrt seit Beginn des 20. Jahrhunderts − waren Ingenieure danach bestrebt, Regeln zu entwickeln, um eine Festigkeitsabschätzung von Maschinenbau-Elementen durchführen zu können. Insbesondere deutsche Ingenieure versuchten durch die Kombination von Grundformeln der Mechanik mit Erfahrungswerten/Versuchen Berechnungsregeln zu entwickeln, mit welchen Bauteile ausgelegt werden konnten. Diese Vorgehensweise ist bis heute äusserst erfolgreich und hat sich weltweit durchgesetzt. Dies ist auch daran ersichtlich, dass alle bis heute publizierten Berechnungsnormen der ISO auf diesem Prinzip basieren.

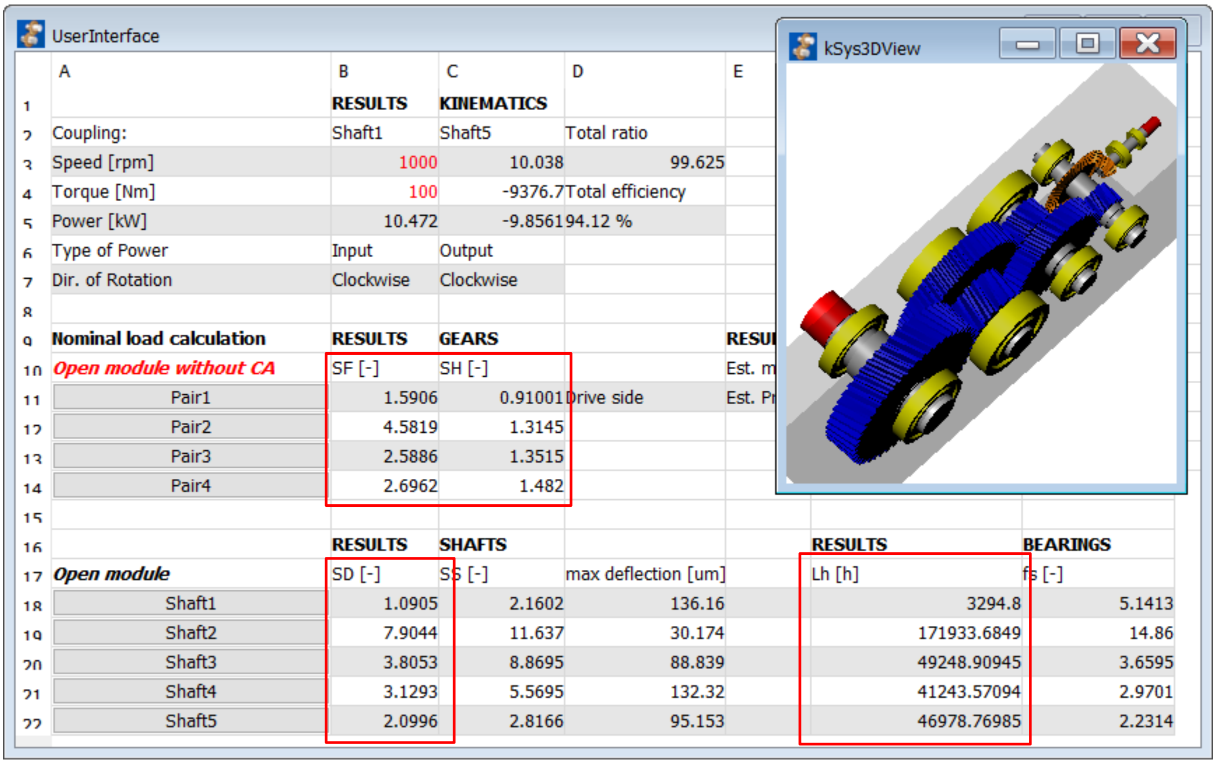
In der Regel wurden Berechnungsmethoden für mechanische Bauteile von verschiedenen Spezialisten an unterschiedlichen Hochschulen entwickelt. Allen Festigkeitsmethoden ist gemein, dass aufgrund der angreifenden Last die resultierenden Spannungen bestimmt und diese in Relation zur zulässigen Beanspruchung gesetzt werden. Ansonsten ist die Vorgehensweise zur Berechnung je nach Maschinenelement (wie Wälzlager, Welle, Zahnrad oder Schraube) äusserst unterschiedlich.

Der unterschiedliche Aufbau der Rechenmethoden je nach Bauteil ist ein Problem, welches aus dieser historischen Entwicklung entstanden ist. Eigentlich könnte erwartet werden, dass die resultierende Sicherheit einer Nachrechnung, wenn die zulässige Belastung durch die auftretende Spannung geteilt wird, als Aussage genügt – und somit eine Sicherheit über 1.0 bedeutet, dass das Bauteil ausreichend dimensioniert ist. Dies ist leider nicht so. Bei Wälzlagern wird keine Sicherheit, sondern eine Lebensdauer bestimmt. Bei einer Zahnradberechnung nach ISO werden Sicherheiten für Zahnfuss und Flanke bestimmt; hier fragt sich, welches der beiden Kriterien wann entscheidend ist. Zudem wird empfohlen, für den Zahnfuss eine Mindestsicherheit von 1.4, für die Flanke hingegen 1.0, zu verwenden. Es gibt eine Begründung, weshalb unterschiedliche Mindestsicherheiten verlangt werden: Ein Zahnbruch führt zu einem sofortigen Ausfall des Getriebes – Grübchenbildung auf der Flanke hingegen nicht. Bei Wellenberechnungen nach FKM wird die zu erreichende Mindestsicherheit abhängig gemacht von der Wichtigkeit des Bauteils, das heisst von den Konsequenzen eines möglichen Wellenbruchs, was sicher sehr sinnvoll ist. Bei der Fressberechnung von Zahnrädern wird eine Mindestsicherheit von 2.0 verlangt, diesmal, weil die Rechenmethode als ‘noch nicht genügend geprüft’ beurteilt wird. Bei einer Schraubenberechnung nach VDI wird für die Sicherheit gegen Gleiten der verschraubten Teile je nach Belastungsfall eine Mindestsicherheit von 1.2 bis 1.8 verlangt. Die Aufzählung kann beliebig weitergeführt werden. Das Fazit ist: Sicherheit ist – je nach Bauteil – nicht gleich Sicherheit.

Die Beurteilung des Resultates einer Nachrechnung ist deshalb anspruchsvoll und setzt Kenntnisse der Rechenmethode sowie der anzusetzenden Mindestsicherheiten voraus. Bild 1 zeigt in KISSsys [10] das Ergebnis der Festigkeitsberechnung von allen wichtigen Bauteilen eines 4-stufigen Kegel-Stirnrad-Getriebes. Die Darstellung der Resultate ist übersichtlich; trotzdem ist es unmöglich, auch für den erfahrenen Spezialisten, auf den ersten Blick zu erkennen:

- ob das Getriebe bezüglich Nenndrehmoment (100 Nm) und Solllebensdauer (5'000 h) ausreichend dimensioniert ist
- welches der Bauteile das schwächste Glied im Getriebe ist und gegebenenfalls verstärkt werden müsste

Beim Getriebe von Bild 1 stellt sich beispielsweise die Frage, ob das kritischste Wälzlager (auf der Antriebswelle ‘Shaft1’) mit nur 3300 h Lebensdauer oder die ungenügende Flankensicherheit des Kegelradpaars (‘Pair1’ mit nur 0.91 Sicherheitsfaktor) gravierender ist und zu einem vorzeitigen Ausfall führen kann. Dabei muss noch beachtet werden, dass sich die Flankensicherheit proportional zum Quadrat des Drehmoments verhält. Bei einer Reduktion des Nenndrehmomentes von 100 auf 88 Nm erhöht sich die Flankensicherheit in diesem Fall nur von 0.91 auf 0.96; die Lebensdauer des kritischsten Lagers hingegen von 3300 auf 5100 h. Das Kegelradpaar ist somit das schwächste Bauteil in diesem Getriebe.



	A	B	C	D	E	F	G
1		RESULTS	KINEMATICS				
2	Coupling:	Shaft1	Shaft5	Total ratio			
3	Speed [rpm]	1000	10.038	99.625			
4	Torque [Nm]	100	-9376.7	Total efficiency			
5	Power [kW]	10.472	-9.8561	94.12 %			
6	Type of Power	Input	Output				
7	Dir. of Rotation	Clockwise	Clockwise				
8							
9	Nominal load calculation	RESULTS	GEARS		RESU		
10	Open module without CA	SF [-]	SH [-]		Est. m		
11	Pair1	1.5906	0.91001	Drive side	Est. Pr		
12	Pair2	4.5819	1.3145				
13	Pair3	2.5886	1.3515				
14	Pair4	2.6962	1.482				
15							
16		RESULTS	SHAFTS			RESULTS	BEARINGS
17	Open module	SD [-]	SS [-]	max deflection [um]		Lh [h]	fs [-]
18	Shaft1	1.0905	2.1602	136.16		3294.8	5.1413
19	Shaft2	7.9044	11.637	30.174		171933.6849	14.86
20	Shaft3	3.8053	8.8695	88.839		49248.90945	3.6595
21	Shaft4	3.1293	5.5695	132.32		41243.57094	2.9701
22	Shaft5	2.0996	2.8166	95.153		46978.76985	2.2314

Bild 1. Resultat-Übersicht der Nachrechnung eines 4-stufigen Kegel-Stirnradgetriebes (SF: Sicherheit Zahnfuss; SH: Sicherheit Zahnflanke; SD: Sicherheit kritischster Querschnitt Welle; Lh: Lebensdauer Wälzlager)

2 Bestimmung der Lebensdauer, Schädigung und Auslastung von Maschinenelementen

Bei allen Rechenmethoden, welche die zulässige Belastung über die Woehlerlinie des Werkstoffs bestimmen, lässt sich die erreichbare Lebensdauer bestimmen. Dies ist somit bei allen Zahnrad- und Wälzlager-Berechnungen möglich. Bei der Wellenberechnung kann in der neuesten Ausgabe der DIN 743 (2012) [7] und bei der FKM-Richtlinie [9] mit Woehlerlinien gerechnet werden; bei AGMA 6001 [5] hingegen ist dies nur eingeschränkt möglich. Zur Berechnung muss neben der Belastung auch die Mindest-Sicherheit vorgegeben werden. Die Lebensdauer wird dann bezüglich dieser Mindest- oder Soll-Sicherheit bestimmt. Damit können die berechneten Lebensdauer-Werte der verschiedenen Bauteile direkt miteinander verglichen werden; das Element mit der tiefsten Lebensdauer ist das schwächste Glied im Getriebe.

Eine aus der Lebensdauer abgeleitete und vor allem bei Lastkollektiven sehr praktische Kenngrösse ist die Schädigung eines Bauteils (englisch: Damage). Die Schädigung ist gleich dem Verhältnis der Soll-Lebensdauer zur erreichbaren Lebensdauer. Die Zunahme der Schädigung eines Bauteils verhält sich somit proportional zur Zeit (Lastwechselzahl). Bild 2 zeigt das Resultat einer Stirnradpaarung mit einem Belastungskollektiv. Die Angabe der Schädigung pro Schadenskriterium (Fuss/Flanke, Ritzel/Rad) und pro Lastkollektivelement zeigt sehr klar, welches das dominierende Schadenskriterium und welches das am meisten schädigende Lastkollektivelement ist.

Bin	Häufigkeit	Leistung	Drehzahl	Drehmoment	Schädigung, bezogen auf die Soll-Lebensdauer (20'000 h)				
No.	[%]	[kW]	[1/min]	[Nm]	No.	F1%	F2%	H1%	H2%
1	0.00020	175.0000	440.8	3791.1	1	0.08	0.04	0.00	0.00
2	0.00160	172.0250	440.8	3726.6	2	0.54	0.30	0.03	0.01
3	0.02800	166.2500	440.8	3601.5	3	7.25	3.97	0.41	0.12
4	0.27200	158.9000	440.8	3442.3	4	49.86	26.45	3.02	0.87
5	2.00000	150.1500	440.8	3252.7	5	27.25	121.40	9.58	2.54
6	9.20000	141.4000	440.8	3063.2	6	6.35	35.48	16.63	4.41
7	28.00000	132.6500	440.8	2873.6	7	0.00	4.53	17.96	4.77
8	60.49820	123.9000	440.8	2684.1	8	0.00	0.00	13.26	3.52
					Σ	91.33	**192.18**	60.89	16.24

Bild 2. Lastkollektiv (links) und Darstellung der Schädigung pro Lastkollektiv-Element je für Zahnfuss (F1: Ritzel, F2: Rad) und Flanke (H1: Ritzel, H2: Rad); Soll-Lebensdauer ist 20'000 h; die erreichbare Lebensdauer des Zahnrades beträgt 10’400 h (Zahnfuss des Rades); deshalb dann die rechnerische Schädigungssumme von 192%

Die Zusammenfassung der Resultate einer Getriebeberechnung durch Angabe der Schädigung aller wichtigen Bauteile (Bild 3) erlaubt direkt und rasch die Schwachstellen im Getriebe zu lokalisieren und das Gesamtresultat zu erhalten: und zwar ob das Getriebe die Anforderung erfüllt (keine der Einzel-schädigungen ist grösser 100%) oder nicht. Verglichen mit der zuvor besprochenen üblichen Darstellung (wie in Bild 1) sind die Angaben bei Verwendung der Schädigungen einheitlicher (keine Sicherheitsfaktoren bei Zahnrädern und keine Lebensdauer-Werte bei Wälzlagern), zudem sind unterschiedlich vorgegebene Mindestsicherheiten im Resultat bereits integriert, und müssen somit nicht zusätzlich berücksichtigt werden beim Vergleich der Resultate.

HighestDamage

	Info	BinNumber	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Shaft
1			Shaft1.Bearing2	Shaft2.Gear2	Shaft1.Gear1	Shaft2.Gear2	Shaft5
2			CalcShaft.B2	CalcPair.F2	CalcPair.H1	CalcPair.W2	CalcShaft.F-F
3		1	75.876	0	504.69	0	
4		2	16.342	0	4.1634	0	
5	Only the element with the highest damage is displayed for each type	Total	92.218	0	508.85	0	100

BearingsDamage

	BinNumber	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.Gear
1		Shaft1.Bearing1	Shaft1.Bearing2	Shaft2.Bearing1	Shaft2.Bearing2	Shaft3.Bearing1	Shaft3.Bearing2	Shaft4.Bearing1	Shaft4.Bearing2	Shaft5.Bearing1	Shaft5.Be
2		CalcShaft.B1	CalcShaft.B2	CalcShaft.B1	CalcShaft.B2	CalcShaft.B1	CalcShaft.B2	CalcShaft.B1	CalcShaft.B2	CalcShaft.B1	CalcShaf
3	1	4.9109	75.876	1.454	1.049	4.6458	5.0763	6.0616	4.9691	1.7029	
4	2	1.0754	16.342	0.31459	0.25	1.1573	1.2638	1.5096	1.255	0.52835	
5	Total	5.9863	92.218	1.7686	1.299	5.8031	6.34	7.5711	6.2241	2.2313	

GearsDamage

	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha	_O.GearBox.Sha
1	Shaft4.Gear7	Shaft5.Gear8	Shaft4.Gear7	Shaft5.Gear8	Shaft1.Gear1	Shaft2.Gear2	Shaft1.Gear1	Shaft2.Gear2	Shaft1.Gear1	Shaft2.Gear2
2	CalcPair.H1	CalcPair.H2	CalcPair.W1	CalcPair.W2	CalcPair.F1	CalcPair.F2	CalcPair.H1	CalcPair.H2	CalcPair.W1	CalcPair.W2
3	0	0	0	0	0	0	504.69	128.86	0	0
4	0	0	0	0	0	0	4.1634	1.063	0	0
5	0	0	0	0	0	0	508.85	129.92	0	0

Bild 3. Angabe der Schädigung aller wichtigen Elemente eines Getriebes in KISSsys; oberste Tabelle zeigt pro Elementtyp (Zahnräder, Wellen, Wälzlager) jeweils das kritischste; mittlere Tabelle zeigt die Schädigung (je Fuss und Flanke) von allen Zahnrädern; untere Tabelle zeigt alle Wälzlager

In letzter Zeit wird in Festigkeitsberechnungen auch die sogenannte Auslastung (englisch: Exposure) bestimmt; z.B. in der FKM-Richtlinie [9] für Wellen oder im Entwurf einer ISO-Norm für Flankenbruch. Die Auslastung ist an sich der Kehrwert des rechnerischen Sicherheitsfaktors, beinhaltet aber bereits die erforderliche Mindestsicherheit. Die Auslastung ist somit proportional zur Last, und kann deshalb nicht proportional zur Schädigung sein. Da Last und Lebensdauer durch die logarithmische Woehlerlinie verknüpft sind, wird eine Erhöhung der Auslastung um 10% – je nach Neigung der Woehlerlinie – eine Erhöhung der Schädigung um 100% und mehr bewirken. Bei einer eher belastungsorientierten Betrachtung der Resultate kann die Verwendung der Auslastung der Schädigung vorgezogen werden.

3 Die Ausfallwahrscheinlichkeit von Maschinenelementen

Die soeben besprochene Verwendung der Schädigung als Kriterium, um die Zuverlässigkeit von Getriebekomponenten zu quantifizieren, scheint das perfekte Instrument zu sein, um eine Aussage zur Lebensdauer von Getriebekomponenten zu machen. Dabei gibt es jedoch ein Problem: Werkstoff-kennwerte wie die Woehlerlinie werden mit Proben gemessen. Die Messresultate streuen. Um einen Kennwert für die Berechnung zu erhalten, wird üblicherweise angenommen, dass die Messwerte einer Normalverteilung entsprechen. Dann wird, wiederum unterschiedlich je nach Methode, festgelegt, für welche Schadenswahrscheinlichkeit die bei der Berechnung verwendeten Festigkeitswerte gelten (Tabelle 1).

Rechenmethode	Schadenswahrscheinlichkeit Fo			
	1%	10%	Andere	Kommentar
Welle, DIN743			2.5%	Angenommen, ist nicht dokumentiert
Welle, FKM-Richtlinie			2.5%	
Welle, AGMA6001	*			Falls kC = 0.817
Wälzlager, ISO281		*		Falls Faktor a1 = 1.0
Zahnflanke, ISO6336; DIN3990	*			
Zahnfuss, ISO6336; DIN3990	*			
Zahnflanke, AGMA2001	*			Falls Zuverlässigkeitsfaktor KR = 1
Zahnfuss, AGMA2001	*			Falls Zuverlässigkeitsfaktor KR = 1

Tabelle 1. Festgelegte Schadenswahrscheinlichkeit von verschiedenen Rechenmethoden bei der Bestimmung der Werkstoffkennwerte

Ein mit Ausfallwahrscheinlichkeit 90% bestimmter Werkstoffkennwert ist höher als ein mit 99% bestimmter. Somit ergibt sich bei Anwendung der 90% Ausfallwahrscheinlichkeit ein höherer Sicher-heitsfaktor und eine höhere rechnerische Lebensdauer des Bauteils und somit eine kleinere Schädigung bei Soll-Lebensdauer. So können Schädigungen, berechnet mit Methoden, welche unterschiedliche Ausfallwahrscheinlichkeiten vorschreiben, auch nicht direkt verglichen werden. Die berechneten Schädigungen sind ja auch keine exakten Werte, sondern – wegen der Werkstoffkennwert-Streuung und anderer Effekte, welche in der Rechenmethode nicht berücksichtigt sind – einer statistischen Streuung unterworfen. Ein Getriebeausfall kann entstehen, weil sich ein anderes Bauteil als das kritischste erweist und verfrüht bricht. Dies ist kommt in der Praxis häufig vor.

Bei der Angabe einer erreichbaren Lebensdauer (beziehungsweise einer Schädigung bei Soll-Lebensdauer) müsste deshalb gleichzeitig die zugehörige Wahrscheinlichkeit angeben werden. Wenn nun aus Versuchen statistische Parameter wie beispielsweise die Streuung der Resultate bei Normalverteilung bestimmt werden, kann auf Basis der rechnerisch bestimmten Lebensdauer mit statistischem Ansatz eine Versagenswahrscheinlichkeit in Funktion der Zeit ermittelt werden. Das Gegenteil der Versagenswahrscheinlichkeit ist die Zuverlässigkeit (englisch: Reliability). Da bei diesem Ansatz die der Rechenmethode inhärente Ausfallwahrscheinlichkeit (Tabelle 1) berücksichtigt ist, können nun berechnete Zuverlässigkeitswerte verschiedener Bauteile bei Solllebensdauer effektiv miteinander verglichen werden.

Die Zuverlässigkeit wird in % von 0 bis 100 angegeben und hat auch einen psychologisch wichtigen Nebeneffekt, denn Sicherheitsfaktoren vermitteln den Eindruck, absolute Werte zu sein: Ein Getriebe mit hohen Faktoren kann nicht versagen. Eine Darstellung desselben Resultats als Zuverlässigkeit, auch wenn sie 99.99% ist, zeigt hingegen immer, dass eine Restunsicherheit bleibt.

4 Die Bestimmung der Zuverlässigkeit von Maschinenelementen

Die Berechnung der Zuverlässigkeit wird noch nicht verbreitet verwendet. Allerdings besteht ein zunehmendes Interesse, da beispielsweise im Windenergie-Bereich eine Nachfrage nach einer Aussage zur Systemzuverlässigkeit besteht [1]. Es gibt auch keine Norm im Maschinenbau, welche eine solche Regel enthält. Eine klassische Quelle für diese Berechnung ist das Werk von Bertsche [2], in welchem die möglichen Verfahren ausführlich beschrieben werden. In diesem Beitrag wird deshalb auf die Besprechung der verschiedenen Methoden verzichtet. Am üblichsten und gut angepasst an die aus klassischen Maschinenbauberechnungen erhältlichen Resultate ist die sogenannte „Weibull-Verteilung“. Bertsche empfiehlt hier die Verwendung der 3-Parameter-Weibull-Verteilung. Die Zuverlässigkeit R eines Maschinenelements in Abhängigkeit der Lastwechselzahl t wird nach Gleichung 1 berechnet.

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^{\beta}} * 100\% \qquad (1)$$

Die Parameter T und t_0 lassen sich aus der rechnerisch erreichbaren Lebensdauer H_{att} des Bauteils wie folgt bestimmen (mit F_o entsprechend Rechenmethode, Tabelle 1, β und f_{tB} aus Tabelle 2 nach Bertsche):

$$T = \left(\frac{H_{att} - f_{tB} * H_{att10}}{\sqrt[\beta]{-ln\left(1-\frac{F_O}{100}\right)}} + f_{tB} * H_{att10}\right) * fac \qquad (2)$$

$$t_0 = f_{tB} * H_{att10} * fac \qquad (3)$$

mit

$$H_{att10} = \frac{H_{att}}{(1-f_{tB}) * \sqrt[\beta]{\frac{ln\left(1-\frac{F_O}{100}\right)}{ln(0,9)}} + f_{tB}} \qquad (4)$$

	Faktor f_{tB}	Weibull-Formparameter β
Wellen	0.7…0.9 (0.8)	1.1…1.9 (1.5)
Kugellager	0.1…0.3 (0.2)	1.1
Rollenlager	0.1…0.3 (0.2)	1.35
Zahnflanke	0.4…0.8 (0.6)	1.1…1.5 (1.5)
Zahnfuss	0.8…0.95 (0.875)	1.2…2.2 (1.8)

Tabelle 2. Faktoren für Weibull-Verteilung nach Bertsche; in Klammern empfohlene Werte

Mit der Formel (1) für R(t) kann nun der Verlauf der Zuverlässigkeit in Abhängigkeit der Zeit (oder Zyklenzahl) grafisch dargestellt werden. Die Berechnung der Lastwechselwerte t_0 und T kann sehr einfach im Anschluss an eine Lebensdauerberechnung erfolgen. Dazu werden die Gleichungen (2) bis (4) unter Verwendung der erreichbaren Lebensdauer H_{att} verwendet. In KISSsoft [10] werden diese Angaben im Protokoll dokumentiert und können für weitere Analysen übernommen werden.

Berechnung der Faktoren für die Bestimmung der Zuverlässigkeit R(t) nach B. Bertsche mit Weibull-Verteilung:
R(t) = 100 * Exp(-((t*fac - t_0)/(T - t_0))^b) %; t in Stunden (h)

Rad		fac	b	t_0	T	R(H)%
1	Zahnfuss	1000	1.7	1.667e+007	2.562e+007	82.99
1	Zahnflanke	1000	1.3	3.543e+007	1.688e+008	100.00
2	Zahnfuss	329	1.7	2.416e+006	3.713e+006	0.07
2	Zahnflanke	329	1.3	3.826e+007	1.823e+008	100.00

Zuverlässigkeit der Konfiguration bei Soll-Lebensdauer (%): 0.06 (Bertsche)

Bild 4. Ausgabe der Faktoren für die Weibull-Gleichung zur Berechnung der Zuverlässigkeit

5 Die Bestimmung der Systemzuverlässigkeit

Bei wichtigen Antrieben interessiert vor allem eine Aussage über die globale Zuverlässigkeit des Antriebs. Insbesondere Nichtfachleute sind wenig daran interessiert zu wissen, welches das kritische Lager im Getriebe ist, sondern wollen wissen, wie hoch die Betriebssicherheit bei einer vorgegebenen Betriebsdauer ist. Über die Zuverlässigkeit der Elemente eines Getriebes kann die System-zuverlässigkeit bestimmt werden.

Um aus den Einzelkomponenten die Gesamtzuverlässigkeit zu bestimmen, ist zuerst das funktionale Blockdiagramm des Getriebes zu analysieren. Zur Ermittlung der Systemzuverlässigkeit werden die Getriebeelemente nach Lebenswichtigkeit klassiert: Bewirkt das Versagen eines Elementes direkt den Getriebeausfall? Gibt es Redundanzen? Damit kann dann durch mathematische Kombination der Komponenten-Zuverlässigkeit die Systemzuverlässigkeit bestimmt werden.

Insbesondere muss unterschieden werden, ob die lebenswichtigen Komponenten in Serie oder parallel geschaltet sind. Dies klingt erst einmal kompliziert, ist bei Getrieben aber meist einfach: Wenn in einem üblichen Getriebe irgendein wichtiges Element (Wälzlager, Welle, Zahnrad) bricht, kommt es im Regelfall zum Totalausfall. Das bedeutet, dass alle diese Elemente in Serie geschaltet sind.

Redundante Getriebekonzepte sind in der Praxis eher selten. Hierbei müsste der Leistungsfluss über zwei parallele Zweige innerhalb des Getriebes laufen. Falls ein Element innerhalb eines der Zweige bricht, bliebe die Gesamtfunktion über den intakten Zweig erhalten.

Für serielle Funktion gilt folgende Gleichung zur Bestimmung der Systemzuverlässigkeit:

$$R_S(t) = \frac{R_{C1}(t)}{100} * \frac{R_{C2}(t)}{100} * \dots * \frac{R_{Cn}(t)}{100} * 100 \quad \text{oder} \quad R_S(t) = 100 * \prod_{i=1}^{n} \frac{R_{Ci}(t)}{100} \tag{5}$$

Formeln für den seltenen, parallelgeschalteten Fall finden sich bei Bertsche [2].

5.1 Zuverlässigkeit von Zahnradpaaren und Planetenstufen

Als Einführung zur Systembetrachtung werden Zahnradpaare und Planetenstufen besprochen. Solche Konfigurationen sind an sich Subsysteme. Beim klassischen Zahnradpaar ist die Vorgehensweise einfach, die Gesamtzuverlässigkeit entspricht dem Produkt der vier 'Elemente' – Zahnfuss (f) und Zahnflanke (h), jeweils für Ritzel (1) und Rad (2):

$$R_{pair}(t) = \frac{R_{f1}(t)}{100} * \frac{R_{h1}(t)}{100} * \frac{R_{f2}(t)}{100} * \frac{R_{h2}(t)}{100} * 100 \tag{6}$$

Bei Planetenstufen wird der Leistungsfluss über die Planeten verteilt. Theoretisch könnte die Stufe bei Ausfall eines Planeten weiterhin funktionieren – da an sich eine Redundanz besteht. In der Praxis ist es jedoch so, dass bei einem Ausfall eines Planeten (Verzahnung oder Lager) ausbrechende Metallteile in Zahneingriffe und Wälzlager gelangen und es damit zum Ausfall weiterer Teile kommt. Deshalb besteht auch hier logisch eine Serienschaltung der Elemente. Die Zuverlässigkeit der Planetenstufe kann demnach wie folgt bestimmt werden (p: Anzahl Planeten):

$$R_{pstage}(t) = \frac{R_{f1}(t)}{100} * \frac{R_{h1}(t)}{100} * \left(\frac{R_{f2}(t)}{100} * \frac{R_{h2}(t)}{100}\right)^p * \frac{R_{f3}(t)}{100} * \frac{R_{h3}(t)}{100} * 100 \tag{7}$$

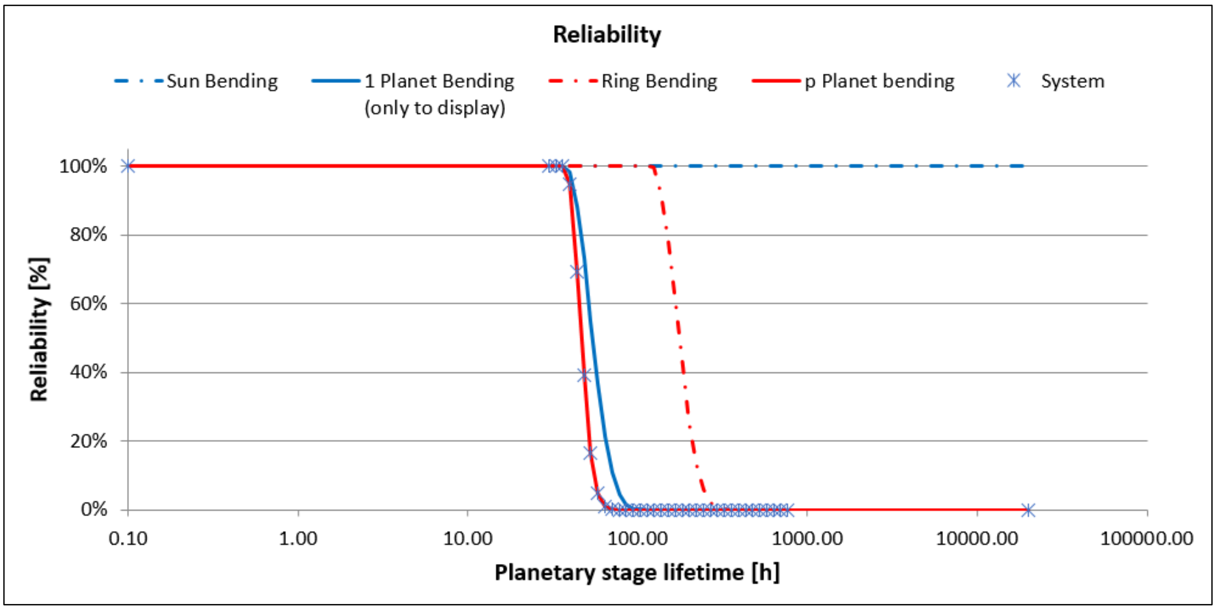
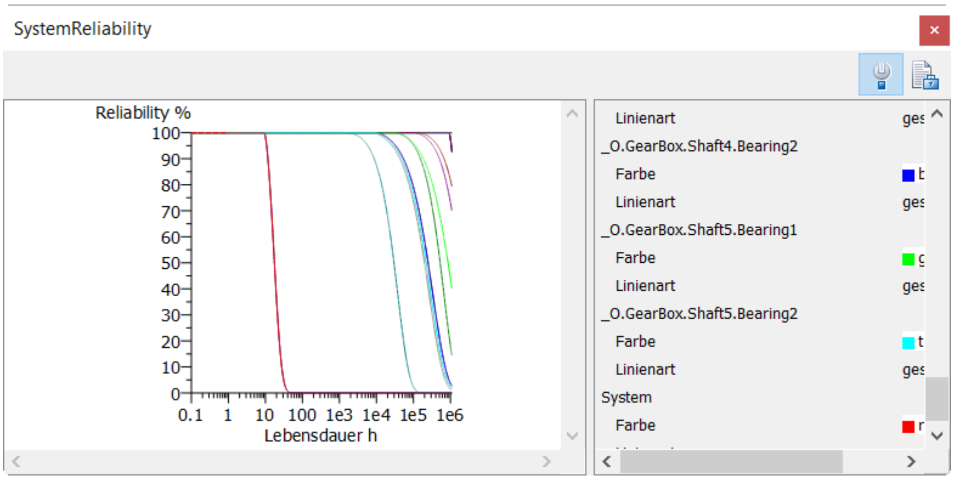


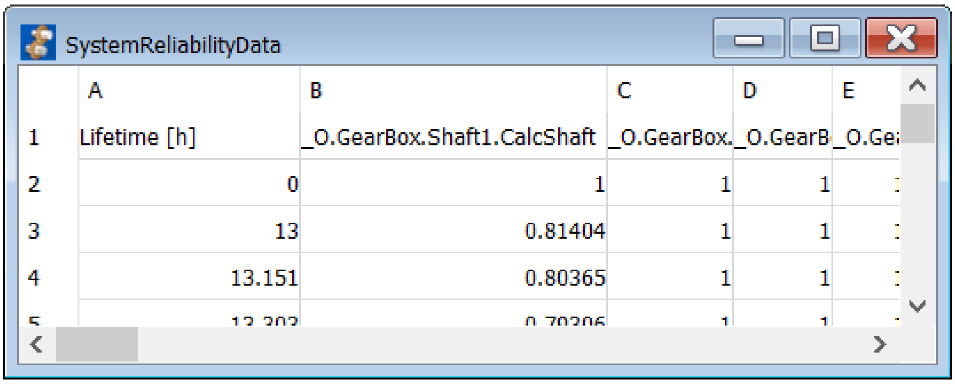
Bild 5. Darstellung des Zuverlässigkeitsdiagramms einer Planetenstufe mit 3 Planeten: kritisch sind die 3 seriell kumulierten Planeten; die System-Zuverlässigkeit entspricht praktisch der 3-Planeten-Zuverlässigkeit, da Ring und Sonne eine deutlich höhere Zuverlässigkeit haben

Eine Publikation der NASA [11, Gleichung 43] über die Zuverlässigkeit von Planetenstufen bestätigt die vorgeschlagene Methode. Die Autoren verwenden den gleichen Ansatz zur Berechnung der Gesamtzuverlässigkeit, allerdings ohne Begründung, weshalb bei den Planeten auch die serielle Formel zu verwenden ist.

5.2 Systemzuverlässigkeit

Der grosse Vorteil bei der Verwendung der Zuverlässigkeit als Parameter zur Qualifikation der Getriebeelemente ist, dass nun ohne viel Aufwand die Systemzuverlässigkeit bestimmt werden kann. Seitens KISSsoft [10] berechnen wir bei einer Nachrechnung immer gleichzeitig auch die erreichbare Lebensdauer. Damit stehen dann automatisch die Daten von jedem einzelnen Element des Getriebes zur Verfügung. Diese werden an das Systemprogramm KISSsys [10] übermittelt. Somit kann dann auf Systemebene die System-Zuverlässigkeit bestimmt werden und bei Bedarf auch das Lebensdauer-Zuverlässigkeitsdiagramm dargestellt werden (Bild 6). Neben der Gesamtzuverlässigkeit sind in einem solchen Diagramm auch sehr deutlich die schwächsten Elemente im Getriebe sichtbar.





	A	B	C	D
1	Lifetime [h]	_O.GearBox.Shaft1.CalcShaft	_O.GearBox.	_O.GearB
2	0	1	1	1
3	13	0.81404	1	1
4	13.151	0.80365	1	1

Bild 6. Lebensdauer-Zuverlässigkeits-Diagramm des 4-stufigen Kegel-Stirnradgetriebes in KISSsys (oben: Darstellung System-Zuverlässigkeit mit logarithmischer Skala; unten: Tabelle mit den Resultaten)

Bei Fahrzeuggetrieben muss die Berechnung der Komponenten mit einem komplexen Lastkollektiv durchgeführt werden, in welchem auch die Schaltstellung (geschalteter Gang, Zeit, Drehmoment und Drehzahl) berücksichtigt ist (Bild 7). Damit wird die Lebensdauer aller Komponenten bestimmt und daraus die Zuverlässigkeit abgeleitet. Auch hier wird eine Serie-Schaltung der Komponenten für die Berechnung der Systemzuverlässigkeit angenommen. Natürlich kann, wenn beispielsweise der 2. Gang versagt, vermutlich noch in einem anderen Gang weitergefahren werden. Dies ist jedoch eher ein hypothetisches Szenario für den Notfall.

Bei Windenergie-Getrieben (Bild 8) ist die System-Zuverlässigkeit sehr wichtig, weil allfällige Reparaturen äusserst kostspielig sind. Die Erbauer von Windturbinen fordern deshalb von den Getriebelieferanten sehr umfangreiche Nachweise. In dieser Branche wird bereits heute nach Nachweisen der Systemzuverlässigkeit gefragt [1]. Zurzeit wird die AGMA 6006 [6], ein US-Standard für Windenergiegetriebe, überarbeitet. Aller Voraussicht nach wird die überarbeitete Fassung der AGMA 6006 dann neu – und als erste Maschinenbaunorm – eine Methode zur Berechnung der Systemzuverlässigkeit enthalten.

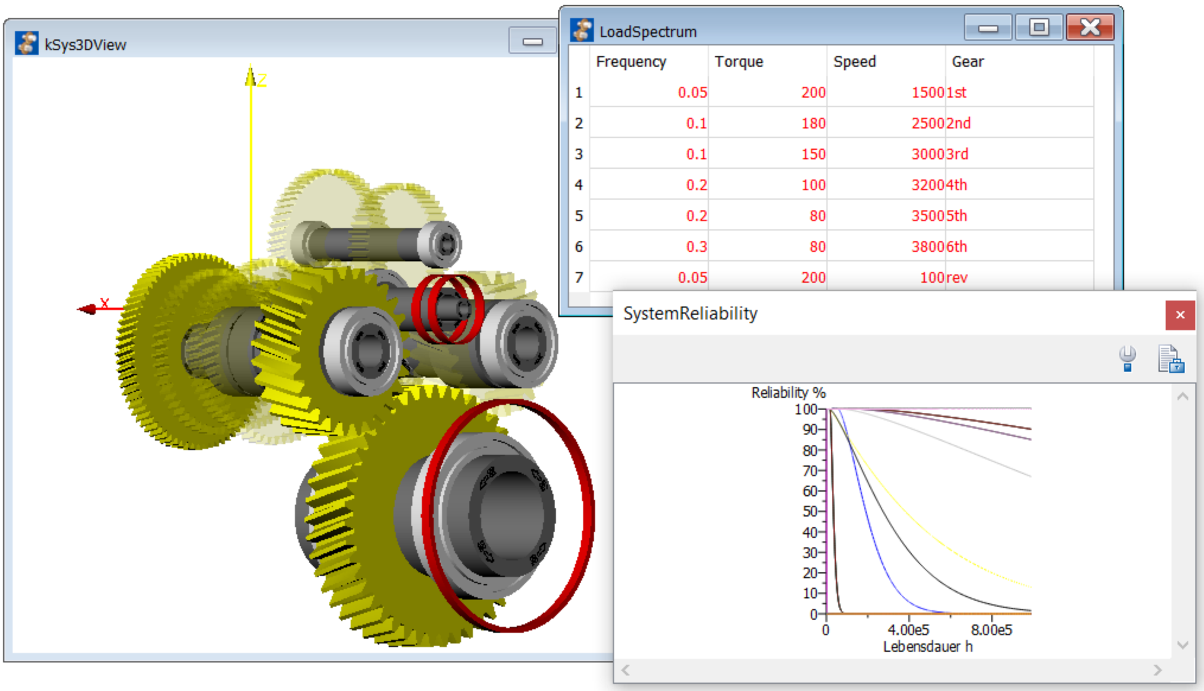


Bild 7. Modernes Doppelkupplungsgetriebe mit Lastkollektiv (6 Vorwärts- und ein Rückwärtsgang) (Darstellung der System-Zuverlässigkeit mit linearer Skala)

Als Alternative zur Darstellung von Sicherheitsfaktoren zeigt nun Bild 9 die Systemzuverlässigkeit und die jeweiligen Schädigungen der Elemente. Da die Grübchen-Sicherheit der ersten Stufe ungenügend ist, ergibt sich eine Schädigung von 1010% und eine Systemzuverlässigkeit von 0%. Der Nachteil dieser Darstellung – im Gegensatz zur Angabe von Sicherheiten – ist, dass bei Elementen mit Schädigung 0% zwar ersichtlich ist, dass sie nicht problematisch sind, jedoch nicht, wieviel Reserve sie haben, bevor sie kritisch werden.

Eine kritische Bemerkung zum Abschluss soll hier angebracht werden: Wie ein Vergleich der Darstellung von Resultaten einer Getriebenachrechnung (beispielsweise beim Vergleich von Bild 1 mit Bild 9 sowie Bild 6) deutlich zeigt, gibt es die 'optimale Darstellung' eigentlich nicht. Je nachdem, was von Interesse ist – ob Übersicht, kritische Elemente, überdimensionierte Elemente, ist die eine oder andere Art der Darstellung zu bevorzugen. Deshalb ist es sinnvoll, unterschiedliche Darstellungen der Resultate zur Verfügung zu stellen, sodass ein Fachmann je nach seinen Vorlieben wählen kann.

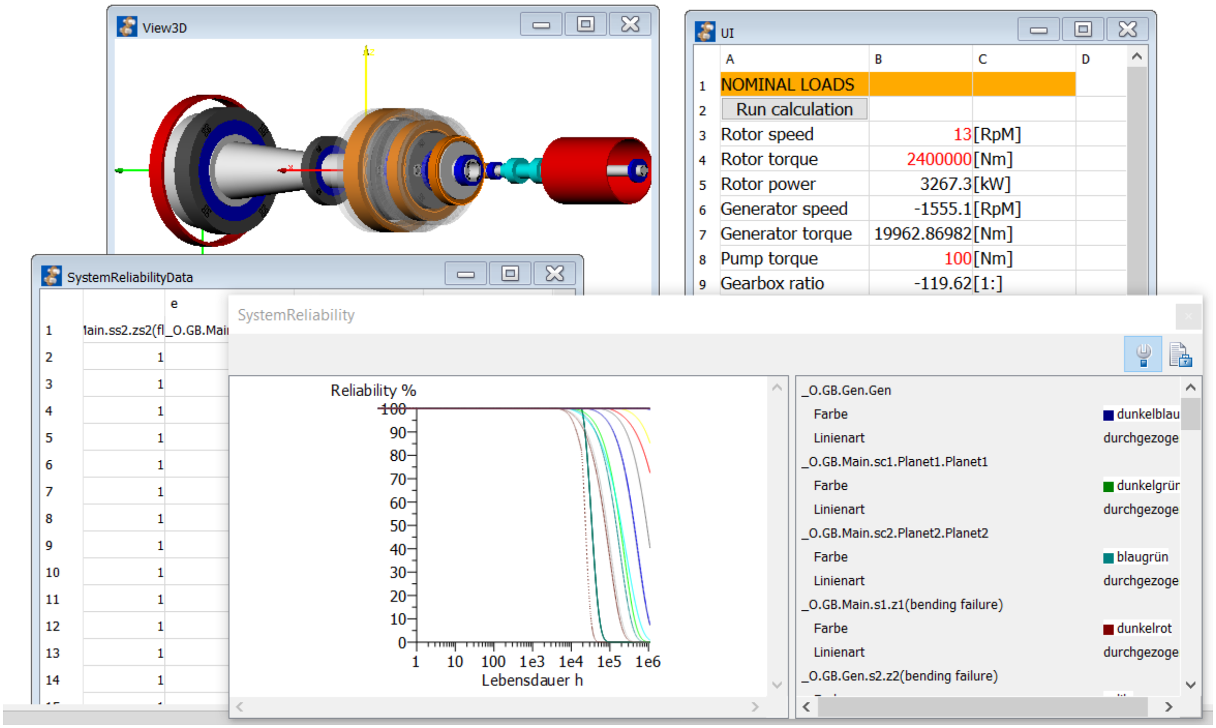
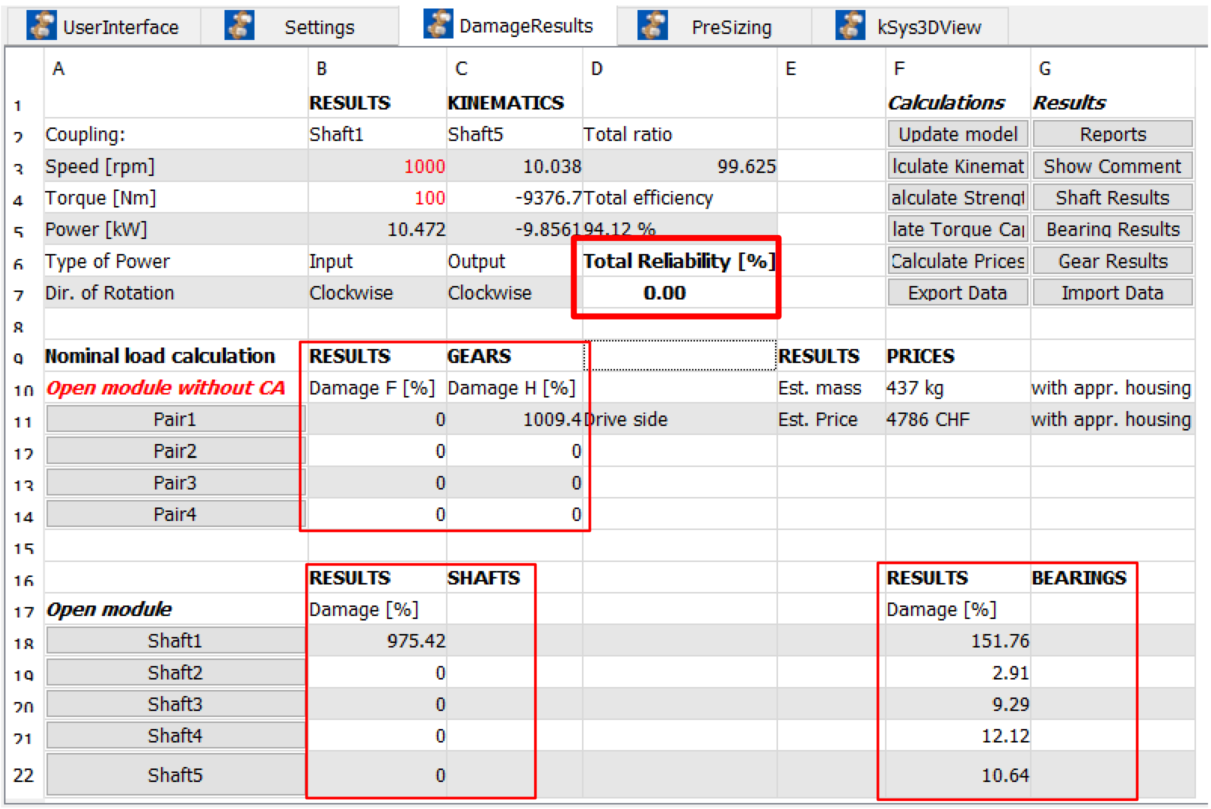


Bild 8. Windenergiegetriebe



UserInterface | Settings | DamageResults | PreSizing | kSys3DView

	A	B	C	D	E	F	G
1		RESULTS	KINEMATICS			*Calculations*	*Results*
2	Coupling:	Shaft1	Shaft5	Total ratio		Update model	Reports
3	Speed [rpm]	1000	10.038	99.625		lculate Kinemat	Show Comment
4	Torque [Nm]	100	-9376.7	Total efficiency		alculate Strengt	Shaft Results
5	Power [kW]	10.472	-9.8561	94.12 %		late Torque Ca	Bearing Results
6	Type of Power	Input	Output	**Total Reliability [%]**		Calculate Prices	Gear Results
7	Dir. of Rotation	Clockwise	Clockwise	**0.00**		Export Data	Import Data
8							
9	**Nominal load calculation**	**RESULTS**	**GEARS**		**RESULTS**	**PRICES**	
10	***Open module without CA***	Damage F [%]	Damage H [%]		Est. mass	437 kg	with appr. housing
11	Pair1	0	1009.4	Drive side	Est. Price	4786 CHF	with appr. housing
12	Pair2	0	0				
13	Pair3	0	0				
14	Pair4	0	0				
15							
16		**RESULTS**	**SHAFTS**			**RESULTS**	**BEARINGS**
17	***Open module***	Damage [%]				Damage [%]	
18	Shaft1	975.42				151.76	
19	Shaft2	0				2.91	
20	Shaft3	0				9.29	
21	Shaft4	0				12.12	
22	Shaft5	0				10.64	

Bild 9. Resultatübersicht der gleichen Ergebnisse wie in Bild 1, jedoch mit Gesamt-Zuverlässigkeit; auch diese Art der Darstellung ist problematisch: Die kritischen Elemente sind zwar gut zu erkennen, dafür fehlt jede Information, ob gewisse Element deutlich überdimensioniert sind

6 Ausblick

Diese Darstellung einer Analyse in Form einer System-Zuverlässigkeit ist auch für Personen ohne vertiefte Kenntnisse der modernen Rechenmethoden für Getriebekomponenten verständlich. Es ist auch die einzige Methode, mit welcher statistisch bewertet, eine umfassende Beurteilung (Getriebe hält/hält nicht) mit entsprechender Wahrscheinlichkeit gemacht werden kann. Der verstärkte Einsatz dieser Methode ist im Trend. Einige Probleme bestehen noch, und hier gibt es Forschungsbedarf. Beispielsweise sollte die Neigung der Woehlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich einen Einfluss auf den Weibull-Formparameter β haben; verlässliche Ansätze dazu fehlen bisher.

Zurzeit wird die AGMA 6006 [6], ein US-Standard für Windenergiegetriebe, überarbeitet. Die erste Ausgabe dieser Norm diente ab 2003 als Grundlage für die heute gültige internationale Norm JWG IEC/TC 88 für Getriebe zu Windkraftanlagen. Der neueste Entwurf liegt den Autoren vor, er darf aber nur innerhalb des Komitees der AGMA ausgetauscht werden. Aller Voraussicht nach wird die überarbeitete Fassung der AGMA 6006 [6] dann neu eine Methode zur Berechnung der System-zuverlässigkeit enthalten. Somit kann vermutet werden, dass anschliessend seitens der Amerikaner eine solche Methode in der Workgroup IEC/TC 88 vorgeschlagen werden wird als Erweiterung der IEC 61400 ‘Vorschrift für Windturbinen’.

Zusammenfassung

Alle wesentlichen Getriebeelemente können heute mit modernen Rechenmethoden analysiert werden, welche auf Werkstoff-Woehlerlinen beruhen. Damit kann die erreichbare Lebensdauer bestimmt und daraus die Weibull-Verteilung zur Zuverlässigkeit erhalten werden.

Über die Berechnung der Zuverlässigkeit von Getriebekomponenten lässt sich die technische Zuverlässigkeit eines Antriebs ermitteln. Die Verwendung der Zuverlässigkeit als Parameter für die Qualifikation eines Getriebes ist im Trend und könnte in näherer Zukunft bei Getrieben für Windkraft vorgeschrieben werden.

Die Darstellung der Zuverlässigkeit ist für Laien viel besser verständlich als eine Tabelle von erreichten Sicherheiten bei Zahnrädern und Lebensdauer-Werten bei Wälzlagern. Ein Laie muss weder wissen, dass Werkstoffkennwerte nach ISO 6336 [4] auf 1% Ausfallwahrscheinlichkeit beruhen, hingegen die Lebensdauerangabe von Wälzlagern auf 10%, noch muss er wissen, dass bei Zahnfussbruch normalerweise eine höhere Mindestsicherheit vorgeschrieben wird als bei Grübchenbildung. Alle diese unterschiedlichen Ansätze lassen sich in der Zuverlässigkeit zu einer ausgewogenen und wirklich vergleichbaren Aussage vereinheitlichen. Allerdings muss eine Prüfstelle bei der Abnahme solcher Berechnungen weiterhin – oder umso mehr – genau kontrollieren mit welchen Vorgaben, beispielsweise mit welchen Mindestsicherheiten, die Zuverlässigkeit bestimmt ist.

Formelzeichen:

Zeichen	Benennung	
R	Zuverlässigkeit (der einzelnen Komponente)	%
R_S	Zuverlässigkeit des Systems	%
t	Lastwechselzahl	
t_0	Versagensfreie Anzahl Lastwechsel (während der ersten t_0 Lastwechseln tritt kein Versagen auf)	
T	Charakteristische Lebensdauer (in Lastwechseln) bei 63.2%	

	Ausfallwahrscheinlichkeit (36.8% Zuverlässigkeit)	
fac	Anzahl Lastwechsel pro Stunde (Umrechnung von Betriebsstunden in Lastwechsel)	1/h
β	Weibull-Formparameter	
f_{tB}	Faktor, siehe Tabelle 2	
H_{att}	Erreichbare Lebensdauer des Bauteils (in Stunden)	h
H_{att10}	Erreichbare Lebensdauer des Bauteils bei 10% Ausfallwahrscheinlichkeit	h
F_o	Spezifische Schadenswahrscheinlichkeit (bei Berechnung H_{att}, siehe Tabelle 1)	%

Literatur

[1] Falko, T.; Strasser, D; u.a.: Determination of the Reliability for a Multi-Megawatt Wind Energy Gearbox; VDI-Bericht Nr.2255, 2015

[2] Bertsche, B.: Reliability in Automotive and Mechanical Engineering; Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 2008

[3] ISO 281, Rolling bearings — Dynamic load ratings and rating life, 2007.

[4] ISO6336, Part 1-6: „Calculation of load capacity of spur and helical gears“; ISO Geneva, 2006

[5] AGMA 6001-D97: Design and Selection of Components for Enclosed Gear Drives; AGMA, 1997

[6] AGMA 6006-B??: Revision of the Standard for Design and Specification of Gearboxes for Wind Turbines; AGMA, 2003, Restricted document

[7] DIN 743, Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen, 2012.

[8] DIN 3990: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; 1987

[9] FKM-Richtlinie, Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile, 2012.

[10] KISSsoft/KISSsys; Festigkeitsberechnung für den Maschinenbau; www.KISSsoft.AG

[11] M.Savage, C.A.Paridon, Reliability Model for Planetary Gear Trains, NASA Technical Memorandum, 1982. http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a119165.pdf